

Prirodno-matematički fakultet  
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2026

Takmičenje iz MATEMATIKE

za VIII razred osnovne škole

1. **(15 poena)** Odrediti 2025. cifru iza decimalnog zareza u decimalnom zapisu broja  $a = \frac{3}{7} + \frac{5}{13}$ .
2. **(20 poena)** Ako je  $n$  prirodan broj dokazati da je broj  $n^5 - 5n^3 + 4n + 360$  djeljiv sa 120.
3. **(20 poena)** Djeca su krenula na ekskurziju autobusima. Autobus smatramo preopterećenim ako je u njemu više od 50 putnika. Andrija i Bojan su zaustavili kolonu i vraćaju sve preopterećene autobuse. Andrija je odredio procenat vraćenih autobusa u odnosu na ukupan broj autobusa, a Bojan procenat vraćenih putnika u odnosu na ukupan broj putnika. Čiji je procenat veći?
4. **(20 poena)** Na tabli su zapisani svi prirodni brojevi od 1 do 2026. Ana izvodi ukupno 2025 operacija. U  $k$ -toj operaciji bira dva broja  $a$  i  $b$  sa table, briše ih i na tablu upisuje:
  - 1) broj  $a + b - 2$ , ako je  $k$  djeljiv sa 7;
  - 2) broj  $a + b + 3$ , ako  $k$  nije djeljiv sa 7.Odredi koji će broj ostati zapisan na tabli nakon svih operacija.
5. **(25 poena)** Neka je data kružnica sa prečnikom  $AB$  i centrom u tački  $O$ . Data je tačka  $P$  izvan kružnice tako da je  $PB$  tangenta na kružnicu. Prava  $PA$  siječe kružnicu ponovo u tački  $C$ . Ako je  $AB = 20$  i  $PO = 22$ , odrediti površinu trougla  $\triangle ABC$ .

Vrijeme rada: 180 minuta.

Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.